

Árboles

Training Camp Argentina 2015
Nicolás Álvarez

Problema: Starship Troopers

<http://acm.zju.edu.cn/onlinejudge/showProblem.do?problemCode=2111>

Un árbol con bichos y cerebros.

Dado un árbol de N nodos ($N \leq 100$) en donde cada nodo tiene un costo y un beneficio. Se quiere conseguir un subárbol conexo que contenga a la raíz y que no supere un cierto costo $C \leq 100$ de manera de maximizar la suma de beneficios.

Ideas

Se puede aplicar programación dinámica sobre el árbol.

Veamos dos maneras:

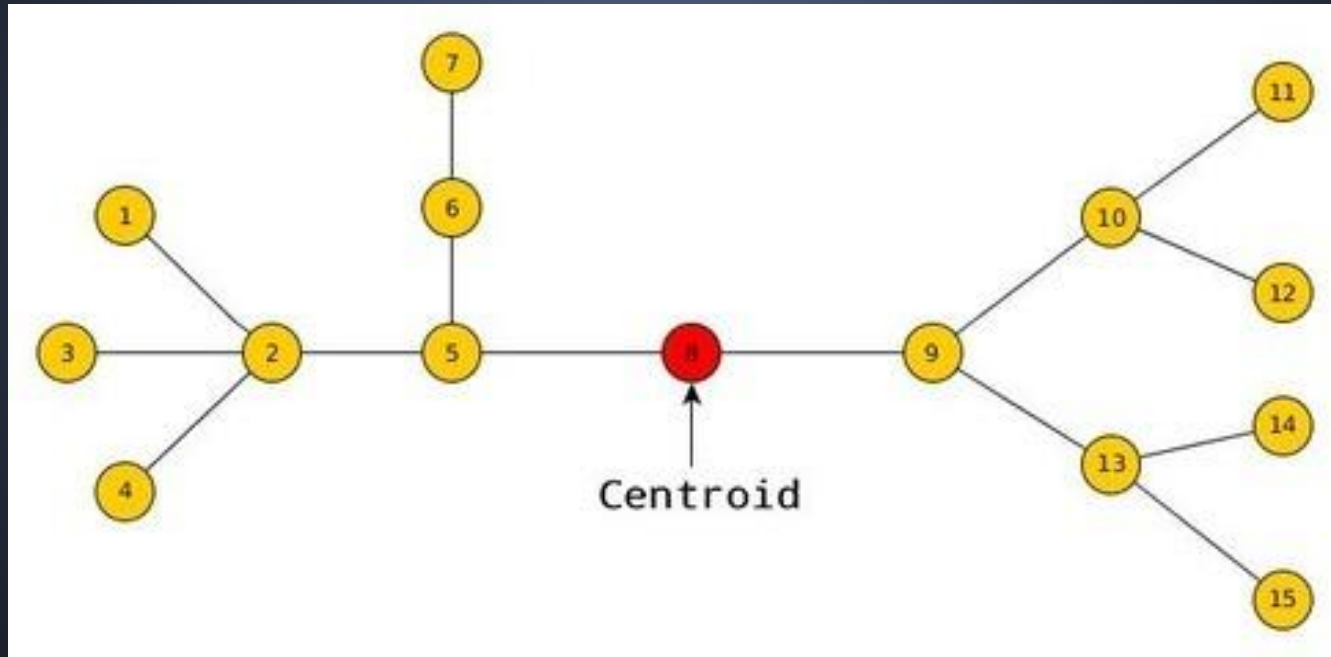
- Operador combinación
- Binarizar el árbol

Centroid Decomposition

Dado un árbol de N nodos, un centroide es un nodo tal que al removerlo se forma un bosque de árboles de tamaño menor o igual a $N/2$.

Teorema de Jordan: Para todo árbol existe un centroide

Gráfico



Algoritmo

DFS calculando tamaños de subárboles

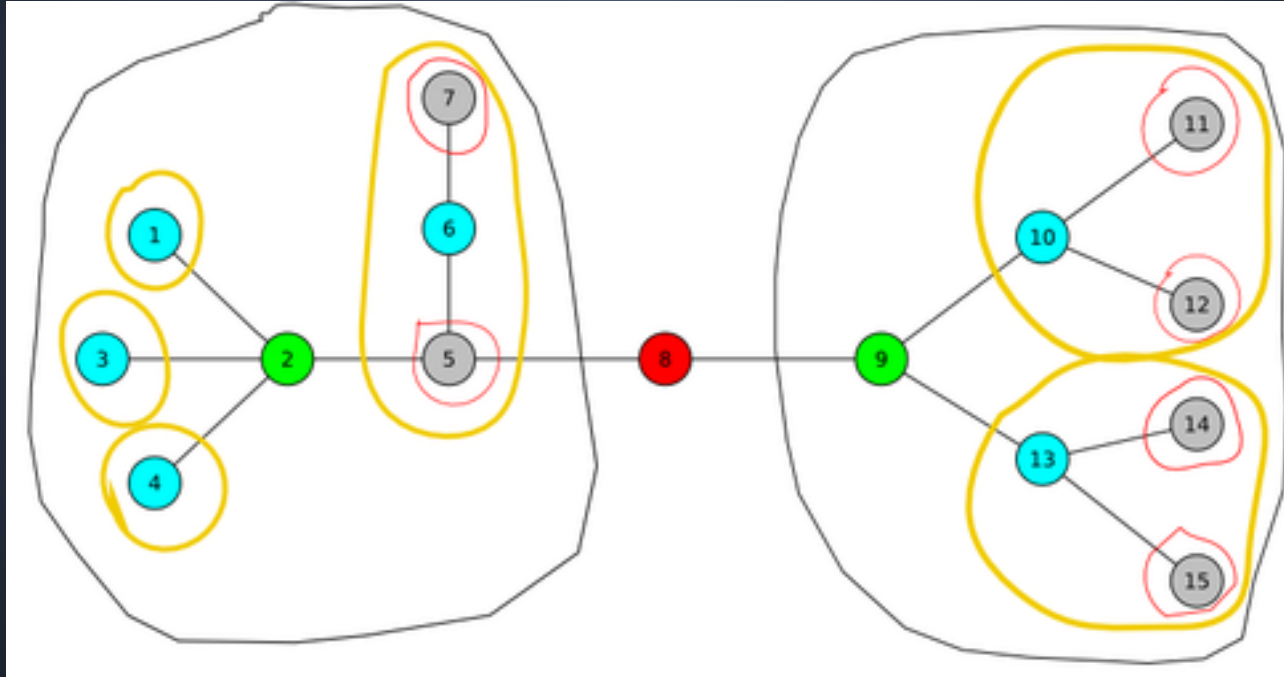
u = raíz

mientras exista hijo v con tamaño $\geq N/2$

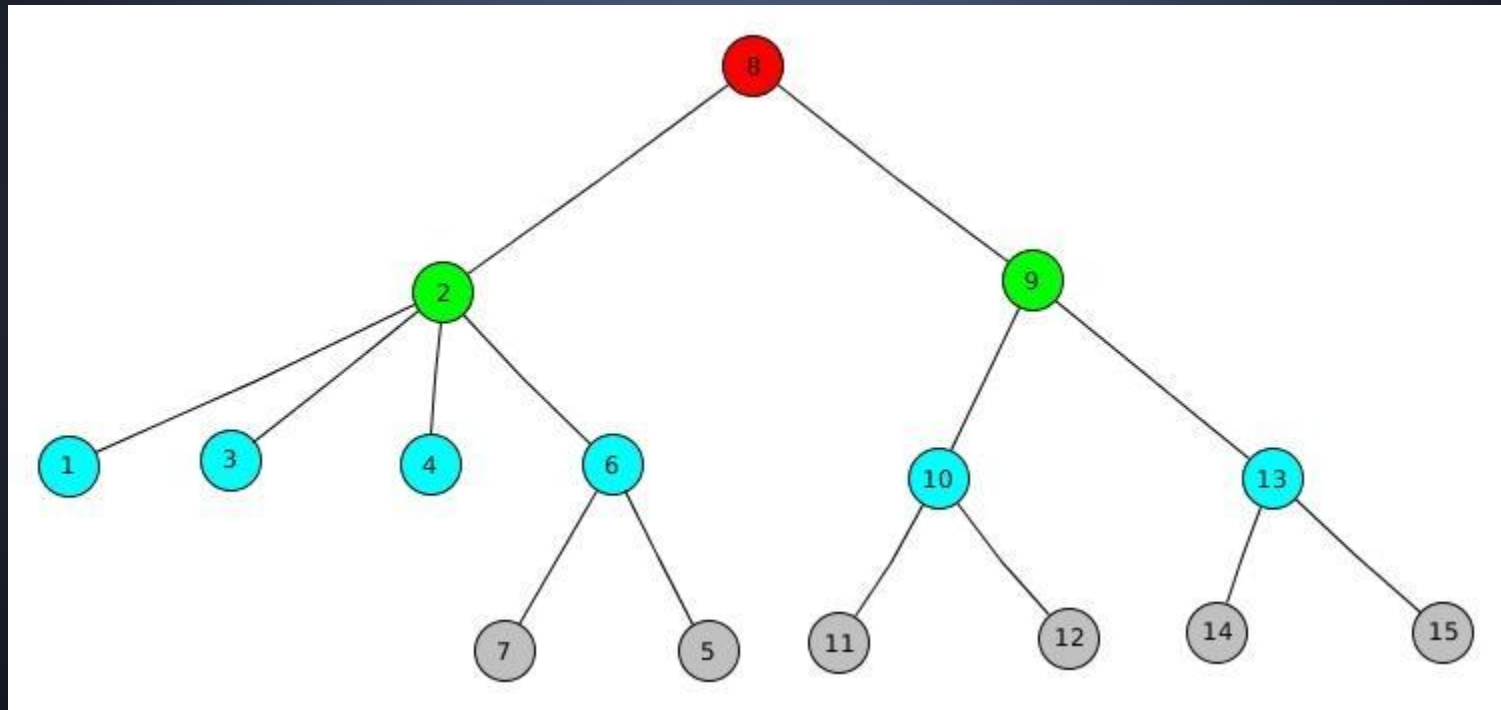
u = v

return u

Descomposición recursiva



Árbol de centroides



Propiedades

El árbol de centroides:

- contiene a todos los nodos
- tiene altura $O(\log N)$
- cada camino en el árbol original se descompone en 2 caminos hasta el LCA
- por lo tanto descomponemos a los caminos de un árbol en $O(N \log N)$ caminos

Problema: Xenia and Tree

Dado un árbol de $N \leq 100.000$ nodos.

Procesar $Q \leq 100.000$ queries de dos tipos:

- pintar un nodo de color rojo
- dado un nodo, hallar la distancia mínima a un nodos de color rojo